MATEMÁTICAS II Grupo GF T1a

APELLIDOS: ______________________________________ NOMBRE_____________________

1. Responde separadamente las preguntas para los dos problemas siguientes (no es necesario que repitas aquellas comprobaciones que valgan para ambos):

$$\text{(A) Opt.} \quad 5x+2y-3z \qquad \text{(B) Opt.} \quad xy+yz-x^2-y^2-z^2$$
$$\text{s.a} \quad x^2+2y+z \le 50 \qquad \text{s.a} \quad x^2+2y+z \le 50$$
$$x+y-z^2 \ge 10 \qquad x+y-z^2 \ge 10$$
$$y,\ z \ge 0 \qquad x,\ y,\ z \ge 0$$

   (a) **(*)** Estudia si la solución $(0, 15, 1)$ es factible o infactible, interior o de frontera.
   (b) **(*)** Razona si el conjunto de oportunidades es convexo.
   (c) **(*)** Estudia si el problema cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.
   (d) **(*)** Estudia si el problema cumple las hipótesis del teorema local-global, con objetivo de maximizar, con objetivo de minimizar, con ambos o con ninguno.
   (e) **(0.5 ptos.)** Razona si el problema tiene solución óptima. ¿Podemos asegurar que se trata de un óptimo global tanto si el objetivo es maximizar como minimizar?

2. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

3. Razona si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:
   (a) **(0.25 ptos.)** Todo problema de programación lineal es de programación no lineal.
   (b) **(0.25 ptos.)** Todo problema de programación no lineal es de programación lineal.
   (c) **(0.5 ptos.)** El problema (A) de la pregunta 1 tiene cinco restricciones y el problema (B) seis.

4. **(0.5 ptos.)** Completa la frase siguiente, así como el enunciado de la pregunta siguiente, con las palabras conjunto, función, cóncavo/a, convexo/a (y concreta si es el/la, o/a en cada caso):

   Para estudiar si el/la ______ $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \ge 4\}$ es ______ tenemos que estudiar si el/la ______ $x^2 + y^2$ es ______.

5. **(1 pto.)** Estudia si el/la______

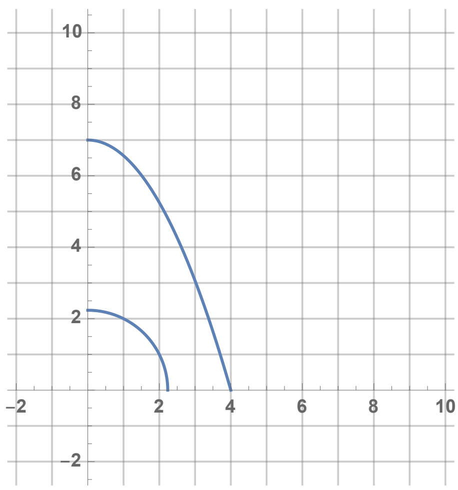
$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z \ge 1,\ x^2 - y^2 \le 10,\ x^2 + z \le 50,\ y^2 + 2z^3 \le 40,\ z \ge 0\}$$

   es o no compacto/a.

6. **(1 pto.)** Resuelve gráficamente el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x+y \\ \text{s.a} & x-2y \le 2 \\ & 7x^2+16y \le 112 \\ & x^2+y^2 \ge 5 \\ & x,\ y \ge 0 \end{array}$$

   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



7. **(0.5 ptos.)** Repite el problema cambiando la primera restricción por $x - 2y \le -16$.

MATEMÁTICAS II Grupo GF T2a

APELLIDOS: ____________________________________ NOMBRE____________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 2 965.71.

$$
\begin{array}{rl}
\text{Min.} & 40x + 110y + 60z \\
\text{s.a} & 13x + 5y + 7z \geq 215 \\
 & 11x + 3y + 7z \geq 767 \\
 & 7x + 19y + 3z \geq 519 \\
 & x,\ y,\ z \geq 0 \text{ enteras}
\end{array}
$$

MATEMÁTICAS II Grupo GF T1b

APELLIDOS: ____________________________________ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 2x^2 + 2xy + xz - yz - y^2 - z^2 \\ \text{s.a} & 10z - x^2 - 3y^2 \geq 30 \\ & 5x + 3y + z \leq 15 \\ & z - 2x - 2y \geq 2 \\ & x, y, z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Razona si la solución $(0, 0, 5)$ es factible o infactible, interior o de frontera.

   (b) **(*)** Estudia si el conjunto de oportunidades es convexo.

   (c) **(*)** Estudia si el conjunto de oportunidades es compacto.

   (d) **(*)** Razona si el problema cumple las hipótesis del teorema de Weiestrass.

   (e) **(*)** Razona si el problema cumple las hipótesis del teorema local-global. Deja claro en tu respuesta cuáles son dichas hipótesis.

   (f) **(0.5 ptos.)** ¿Podemos asegurar que el problema tiene un máximo global?

2. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

3. **(1 pto.)** Razona si los conjuntos siguientes son o no compactos:

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^3 \leq 100,\ x - z \leq 2, z^2 \leq 10,\ y \geq 0\},$$

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^3 \leq 100,\ x - z \leq 2, z^2 \leq 10,\ y \leq 0\}.$$

4. **(0.5 ptos.)** Pon un ejemplo de problema de optimización que no sea de programación lineal ni de programación no lineal.

5. Razona si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

   (a) **(0.5 ptos.)** Una función es compacta si es cerrada y acotada.

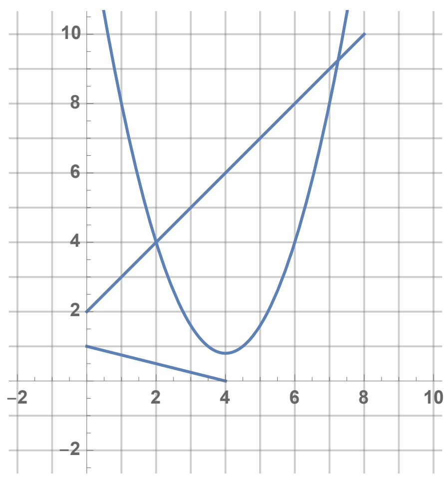
   (b) **(0.5 ptos.)** Si un conjunto de oportunidades $S \subset \mathbb{R}^3$ no es vacío entonces $(0, 0, 0) \in S$.

   (c) **(0.5 ptos.)** Un problema es infactible si tiene soluciones que no son factibles.

6. **(1 pto.)** Resuelve gráficamente el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x + 4y \\ \text{s.a} & xy \leq 8 \\ & y \leq 0.8x^2 - 6.4x + 13.6 \\ & -x + y \leq 2 \\ & x + 4y \geq 4 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array}$$

Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



MATEMÁTICAS II   Grupo GF   T2b

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 1 940.15.

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 30x + 20y + 110z \\ \text{s.a} & 7x + 4y + 16z \leq 385 \\ & 3x + 5y + 7z \leq 338 \\ & 5x + 5y + 3z \geq 359 \\ & x,\, y,\, z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

MATEMÁTICAS II Grupo GF T1c

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 5x^2 - 2y + 3z^2 \\ \text{s.a} & x - y \leq 1 \\ & x^2 + 2y^2 + z \leq 20 \\ & x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz - yz \geq 2 \\ & z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Estudia si la solución $(1, 1, 0)$ es factible o infactible, interior o de frontera.
   (b) **(*)** Estudia si la función objetivo es cóncava o convexa.
   (c) **(*)** Razona si el problema cumple las hipótesis del teorema local-global. Para cada una de ellas di si se cumple o no.
   (d) **(*)** Razona si el problema cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.
   (e) **(0.5 ptos.)** ¿Podemos asegurar que el problema tiene solución óptima? En tal caso, ¿podemos asegurar que será un mínimo global y no meramente un mínimo local?

2. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

3. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 5x^2 - 2y + 3z^2 \\ \text{s.a} & x^2 - y + z \leq 10 \\ & x^4 \leq 20 \\ & y^2 + z \leq 50 \\ & z \geq 100 \end{array}$$

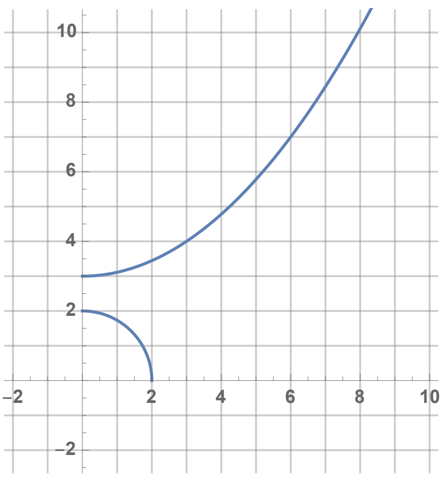
   (a) **(0.5 ptos.)** Estudia si tiene solución óptima.
   (b) **(1 pto.)** ¿Y si cambiamos la última restricción por $z \geq 0$?
   (c) **(0.5 ptos.)** ¿Y si cambiamos la última restricción por $z \leq 0$?

4. **(0.5 ptos.)** Pon un ejemplo problema que tenga sólo dos restricciones, ambas lineales, cuya función objetivo sea lineal, pero que no sea de programación lineal. ¿De qué tipo es?

5. **(1 pto.)** Resuelve gráficamente el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & -2x + y \\ \text{s.a} & xy \leq 12 \\ & 9y \leq x^2 + 27 \\ & x^2 + y^2 \geq 4 \\ & x,\, y \geq 0 \end{array}$$

   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



6. **(0.5 ptos.)** Pon un ejemplo de problema con conjunto de oportunidades no acotado que tenga máximo global.

MATEMÁTICAS II Grupo GF T2

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 9 973.56.

$$\begin{array}{rl}
\text{Max.} & 151x + 549y + 100z \\
\text{s.a} & 7x + 14y + 4z \leq 385 \\
& 3x + 7y + 5z \leq 338 \\
& 5x + 3y + 5z \geq 358 \\
& x,\, y,\, z \geq 0 \text{ enteras}
\end{array}$$

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE________________

La empresa siderúrgica ACEROXID necesita comprar 200 toneladas de mineral de hierro, que puede obtener de tres minas proveedoras, una de La Rioja, otra de Soria y otra de Tarragona. Cada mineral tiene una proporción distinta de impurezas según la mina de procedencia, y ACEROXID quiere minimizar los residuos que genera la fundición, pues de momento tiene dificultades para cumplir la normativa de gestión de residuos. El problema siguiente determina cuántas toneladas conviene comprar en cada mina para minimizar los residuos generados, teniendo en cuenta los requisitos siguientes:

1. Se necesitan al menos 200 toneladas de mineral en total.
2. El beneficio obtenido con el procesado debe ser al menos de 600 u.m.
3. El coste de la compra no puede superar las 2 000 u.m. disponibles para esta operación.

$$\begin{array}{rll}
\text{Mín.} & 0.3R + 0.7S + 0.5T & \text{Toneladas de residuos generados} \\
\text{s.a} & R + S + T \geq 200 & \text{Mineral} \\
 & 5R + 13S + 2T \geq 600 & \text{Beneficio} \\
 & 15R + 4S + 2T \leq 2000 & \text{Coste} \\
 & R,\, S,\, T \geq 0 &
\end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
R	123.0769	0.000000
S	0.000000	0.2307692
T	76.92308	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
RESIDUOS	75.38462	-1.000000
MINERAL	0.000000	-0.5307692
BENEFICIO	169.2308	0.000000
COSTE	0.000000	0.01538462

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
R	0.3000000	0.2000000	INFINITY
S	0.7000000	INFINITY	0.2307692
T	0.5000000	0.2727273	0.2000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
MINERAL	200.0000	800.0000	66.66667
BENEFICIO	600.0000	169.2308	INFINITY
COSTE	2000.000	1000.000	733.3333

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1 y la 2, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.
2. **(0.1 ptos.)** Di con palabras cuál es la solución óptima del problema (y no digas nada más que la solución óptima del problema).
3. **(0.2 ptos.)** Interpreta las variables de holgura.
4. **(0.3 ptos.)** Interpreta esta línea:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
COSTE	2000.000	1000.000	733.3333

5. **(0.3 ptos.)** Aceroxid se plantea aceptar un pedido adicional que requeriría 10 toneladas más de mineral, pero también puede traspasárselo a otra siderúrgica, para lo cual tendría que pagarle 100 u.m. que habría que descontar del presupuesto disponible. ¿Cuál de las dos opciones sería preferible para que los residuos generados fueran los mínimos posibles?
6. **(0.3 ptos.)** Si Aceroxid dispusiera de 1 000 u.m. más de presupuesto, ¿podría aprovecharlas o dejaría parte sin gastar? ¿Cuántas toneladas de mineral emplearía?
7. **(0.4 ptos.)** Aceroxid ha encontrado un modo alternativo de procesar el mineral procedente de Tarragona, de modo que cada tonelada de mineral generaría únicamente 0.4 toneladas de residuos. ¿Cónvendría entonces comprar más mineral de Tarragona? ¿Y de La Rioja? ¿La cantidad total de residuos generada variaría o seguiría siendo la misma?
8. **(0.3 ptos.)** Aceroxid querría comprar al menos 10 toneladas de mineral a la mina de Soria para no dañar sus relaciones comerciales con dicha mina. ¿Podría hacerlo sin que los residuos generados aumentaran más de 5 toneladas?

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE__________________

Una multinacional se plantea reforzar su implantación en tres países: España, Francia y Alemania, para lo que ha asignado un presupuesto de $70\,000$ u.m. anuales. Concretamente, planea contratar en total al menos 100 nuevos directivos y 300 trabajadores cualificados. La tabla siguiente recoge el coste medio anual de cada plaza y una estimación de la utilidad que proporcionaría, según el país:

	Directivo		Trabajador	
País	coste	utilidad	coste	utilidad
España	300	5	150	3
Francia	250	8	100	5
Alemania	110	3	90	10

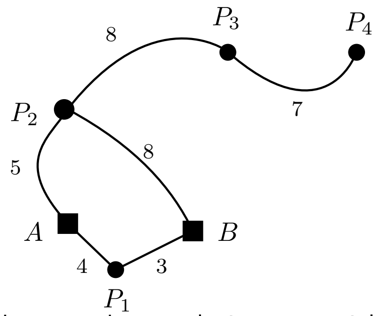
Además, se plantea la posibilidad de construir una nueva fábrica en cada uno de los países. Se estima que haría falta hacerlo al menos en un país, aunque en más de dos sería excesivo. El coste de construirla en España sería de $8\,000$ u.m., en Francia de $10\,000$ y en Alemania de $9\,000$. Por otro lado, construir la fábrica en España proporcionaría una utilidad de 100 unidades, en Francia de 500 y en Alemania de 300.

Por razones logísticas, el número de directivos contratados en España debe ser como mínimo el número de directivos contratados en Francia y Alemania conjuntamente y, por otra parte, en cada país, el número de trabajadores contratados no debe triplicar al número de directivos. Determina cuántas plazas de cada tipo deben contratarse en cada país y en qué países conviene construir una nueva fábrica para maximizar la utilidad obtenida sin exceder el presupuesto.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que le conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ______________________________________ NOMBRE_____________________

Una empresa tiene cuatro fábricas en cuatro localidades de una comarca, P_1, P_2, P_3 y P_4, las cuales necesitan mensualmente el suministro de una materia prima. La fábrica de P_1 requiere 30 kg mensuales, la de P_2 requiere 15, la de P_3 requiere 12 y la de P_4 requiere 24. Dicha materia prima puede comprarla a dos empresas suministradoras situadas en dos ciudades cercanas A y B, cada una de las cuales puede proporcionarle hasta 50 kg al mes. La empresa suministradora de A le cobra 1 € por kg de materia prima transportada y por cada km recorrido, mientras que la situada en B le cobra 0.80 € por kg y km. En el plano figuran las distancias en km entre las distintas localidades de la comarca.



Por otra parte, la empresa no desea perder su relación comercial con ninguna de las dos suministradoras, por lo que quiere que cada una de ellas sirva al menos a una de las fábricas. Determina desde cuál de las dos ciudades conviene servir la materia prima a cada una de las cuatro fábricas para minimizar los costes de transporte.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que le conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

La cadena de gimnasios BF ha abierto dos centros en Valencia. En el gimnasio número 1 hay 100 personas matriculadas, mientras que en el gimnasio número 2 hay 200. En cada uno de los gimnasios se van a impartir 6 clases diarias de una hora, para lo que la cadena puede contratar a 3 monitores (Pablo, Lilia y Diana). Calcula cuántas horas de clase diarias debe asignar BF a cada monitor en cada gimnasio para minimizar los costes, teniendo en cuenta lo siguiente:

- Pablo cobra 21 € por hora. Además, exige que el gimnasio le proporcione $1/3$ de litro de bebida isotónica por cada hora de clase. Cada litro de esta bebida le cuesta al gimnasio 1.20 €.
- BF debe pagar a Lilia $2x$ € por hora, donde x es el número total de horas que la monitora trabaja para la empresa. Como Lilia también estudia, sólo puede dedicar 5 horas al día a su trabajo.
- Diana pide por cada clase de una hora una cantidad base de 23 € más 2 céntimos de euro por cada persona matriculada en el gimnasio donde se da la clase.
- BF quiere que, en cada gimnasio, 3 de las clases se dediquen a una actividad llamada Bodypump. Hay que tener en cuenta que Pablo y Lilia están cualificados para dirigir esta actividad, mientras que Diana no ha recibido la formación correspondiente.
- Por exigencia de los clientes, Pablo debe impartir en total 3 clases más al día que Diana.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que le conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

1. Dado el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 5x + 7y - 5z \\ \text{s.a} & x + y - z \geq 20 \\ & y - 3z \leq 300 \\ & x,\, y,\, z \geq 0 \end{array}$$

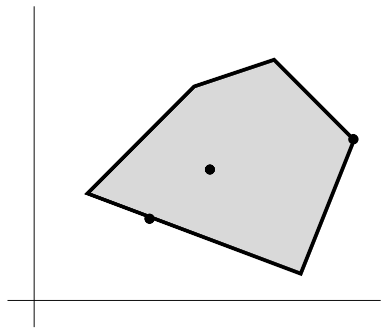
   (a) **(*)** Resuélvelo tanto para maximizar como para minimizar.
   (b) **(*)** Razona si la solución óptima del problema anterior es de vértice, de arista finita o de arista infinita.
   (c) **(0.5 ptos.)** Calcula el intervalo de sensibilidad del coeficiente de x en la función objetivo para el problema de minimizar.
   (d) **(0.5 ptos.)** Estudia si el problema tiene una solución factible básica con variables básicas x, s (donde s es la variable de holgura de la primera restricción), ¿y con variables básicas x, z?
   (e) **(0.5 ptos.)** Estudia si $(25, 0, 5)$ es una solución factible básica del problema. ¿Es óptima para maximizar? ¿Y para minimizar?
   (f) **(0.5 ptos.)** Determina por postoptimización cual será la nueva solución óptima si la función objetivo pasa a ser Min. $5x + 3y - 5z$.

2. Una empresa fabrica un producto a partir de cuatro materias primas principales. El problema siguiente minimiza el coste de la producción sujeto a que los kg empleados de las materias primas satisfagan las relaciones necesarias para que el producto tenga las propiedades requeridas:

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 2x + y + z + 3w \\ \text{s.a} & 8x - 2y + 7z + w = 9 \\ & -3x + y - 4z \leq 1 \\ & x + z \leq 1 \\ & x,\, y,\, z,\, w \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Calcula (sin iteraciones ni tanteos) la tabla del símplex correspondiente a la solución factible básica $(x, y, z, w) = (0, 5, 1, 12)$.
   (b) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex a partir de la tabla del apartado anterior. Expresa con palabras la solución óptima.
   (c) **(1 pto.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de la cantidad máxima que puede emplearse de las materias primas primera y tercera.
   (d) **(1 pto.)** Calcula los precios duales.
   (e) **(0.5 ptos.)** Para satisfacer una normativa sobre calidad, la empresa tiene que elegir entre limitar el uso de las materias primas primera y tercera a un máximo de 0.9 kg o bien exigir que se empleen al menos 0.1 kg de la segunda materia prima. ¿Qué opción es preferible por lo que respecta al coste?

3. La figura representa el conjunto de oportunidades de un problema de programación lineal en forma canónica. Responde razonadamente:



(a) **(0.1 ptos.)** De los tres puntos señalados en la figura, di cuáles son soluciones factibles básicas y cuáles no.

(b) **(0.1 ptos.)** Di cuáles de los tres puntos pueden ser óptimos del problema y cuáles no.

(c) **(0.3 ptos.)** ¿El problema puede ser no acotado?, ¿puede ser infactible?, ¿puede tener soluciones de arista finita?, ¿y de arista infinita?

MATEMÁTICAS II   Grupo GF   T3-4-5 b

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 5x + 2y + 26z \\ \text{s.a} & x + 4z \leq 10 \\ & 2x - y + 6z \geq 5 \\ & x + 2y + 10z \leq 42 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Calcula (sin iteraciones ni tanteos) la tabla del símplex correspondiente a la solución factible básica $(10, 15, 0)$.

   (b) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex a partir de la tabla del apartado anterior. Indica cuál es la solución óptima.

   (c) **(*)** Razona si la solución óptima es de vértice, de arista finita o de arista infinita.

   (d) **(0.5 ptos.)** Estudia si $(x, y, z) = (2, 10, 2)$ es una solución factible básica del problema. ¿Es factible? ¿Es óptima?

2. Una empresa fabrica tres productos en cantidades x, y, z, para lo cual emplea dos máquinas con una limitación de las horas diarias disponibles. El problema siguiente determina la producción diaria que minimiza el coste:

$$\begin{array}{rrl} \text{Min.} & 2x + 5y + 3z & \text{Coste} \\ \text{s.a} & x + \quad z = 10 & \text{Horas empleadas de la máquina 1} = \text{horas disponibles} \\ & y + 2z = 40 & \text{Horas empleadas de la máquina 2} = \text{horas disponibles} \\ & z \leq 50 & \text{Producción del tercer producto} \leq \text{demanda} \\ & x,\ y,\ z \geq 0 & \end{array}$$

   (a) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex. Indica con palabras la solución óptima.

   (b) **(0.5 ptos.)** Calcula por postimización cuál sería la nueva solución óptima si el coste de producir el tercer producto fuera de 4 u.m.

   (c) **(1 pto.)** Calcula e interpreta el intervalo de sensibilidad de las horas diarias disponibles de la máquina 1.

   (d) **(1 pto.)** Calcula los precios duales.

   (e) **(1 pto.)** Razona qué sería preferible para la empresa: aumentar en 2 horas diarias el uso de la máquina 2 o bien exigir que se produzca al menos una unidad diaria del primer producto.

   (f) **(0.5 ptos.)** Estudia si $(x, y, z) = (-10, 0, 20)$ es una solución básica del problema.

3. **(0.5 ptos.)** Considera un problema de programación lineal en forma estándar. Razona brevemente si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

   (a) El problema puede tener infinitas soluciones factibles básicas.

   (b) El problema puede tener infinitas soluciones óptimas.

   (c) El problema puede no tener ninguna solución factible básica.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 5x + 2y + 17z \\ \text{s.a} & x + 4z \leq 10 \\ & x + 2y + 10z \geq 10 \\ & 2x + y + 6z \geq 25 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Calcula (sin iteraciones ni tanteos) la tabla del símplex correspondiente a la solución factible básica $(10, 5, 0)$.
   (b) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex (tanto para maximizar como para minimizar) a partir de la tabla del apartado anterior. Indica cuál es la solución óptima con cada objetivo.
   (c) **(*)** Razona si la solución óptima es de vértice, de arista finita o de arista infinita.
   (d) **(0.5 ptos.)** Para el caso de minimizar, ¿cuánto variará la función objetivo óptima si exigimos que $z \geq 1$?

2. Una empresa fabrica tres productos en cantidades x, y, z, para lo cual emplea dos máquinas con una limitación de las horas diarias disponibles. El problema siguiente determina la producción diaria que maximiza el beneficio:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 5x + 2y + 16z & \text{Beneficio} \\ \text{s.a} & x + 2z = 40 & \text{Horas empleadas de la máquina 1} = \text{horas disponibles} \\ & y + \ \ z = 10 & \text{Horas empleadas de la máquina 2} = \text{horas disponibles} \\ & z \leq 40 & \text{Producción del tercer producto} \leq \text{demanda} \\ & x,\ y,\ z \geq 0 & \end{array}$$

   (a) **(*)** Resuelve el problema por el método símplex. Indica con palabras la solución óptima.
   (b) **(0.6 ptos.)** Calcula por postoptimización la nueva solución óptima si la empresa pudiera obtener un beneficio de 7 u.m. por cada unidad producida del primer artículo. ¿Sería la única solución óptima?
   (c) **(1 pto.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de las horas de máquina 2 necesarias para fabricar cada unidad del segundo producto.
   (d) **(1 pto.)** Calcula los precios duales.
   (e) **(0.5 ptos.)** Si la empresa pudiera aumentar las horas diarias disponibles de una de las máquinas, ¿de cuál sería preferible?
   (f) **(0.5 ptos.)** Estudia si $(0, -10, 20)$ es una solución básica del problema.
   (g) **(0.4 ptos.)** Calcula todas las soluciones factibles básicas del problema. (Observa que, si has hecho los apartados anteriores, ya conoces tres soluciones básicas y no necesitas volver a calcularlas.)

3. **(0.5 ptos.)** Considera un problema de programación lineal en forma estándar. Razona brevemente si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

   (a) Todas las soluciones óptimas son factibles básicas.
   (b) Todas las soluciones factibles básicas son óptimas.
   (c) Todas las soluciones óptimas son interiores.

MATEMÁTICAS II Grupo GF M2 a

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

Modeliza el problema siguiente usando @SUM y @FOR siempre que sea posible:

Una empresa se ha encontrado con una serie de averías que debe resolver urgentemente y que sobrepasan la capacidad de su departamento técnico. Para hacer frente al problema, el responsable ha contactado con cuatro técnicos autónomos especializados que podrían encargarse de seis de las incidencias. Las tablas siguientes muestran lo que cobra cada técnico por hora de trabajo y el número estimado de horas que requerirá resolver cada incidencia:

Técnico	Alba	Buitrago	Cuevas	Dávila
u.m. por hora	40	50	38	42

Incidencia	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
horas	5	7	2	3	6	3

Buitrago es el que más cobra por hora, pero se compromete a realizar cualquiera de las tareas en una hora menos de lo estimado.

Por otro lado, Cuevas ha comunicado que el segundo trabajo le parece demasiado laborioso, y que no le compensa ocuparse de él si no se le asigna además algún otro trabajo.

Para evitar un exceso de burocracia fiscal por la facturación, el gerente no quiere que la remuneración de cada técnico exceda las 300 u.m.

Determina qué incidencias conviene asignar a cada técnico para minimizar el coste de las reparaciones.

Escribe la solución óptima en términos que pueda entender alguien no familiarizado con la programación matemática.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

La empresa de productos cerámicos PORCELANUDA S.A. quiere planificar su producción diaria para el próximo año de cuatro productos: DURAMÍN, PORCELLUM, URANITA y VITROCRASH. La legislación le obliga a que la producción no genere más de 2 600 m^3 de residuos contaminantes diarios, y no es descartable que el máximo permitido se reduzca en un futuro próximo, por lo que, a la hora de planificar su producción diaria para el año próximo, la empresa se plantea el problema siguiente, que determina los kg diarios que conviene fabricar de cada uno de sus productos para conseguir al menos 5 000 kg en total con la menor cantidad posible de residuos generados. También hay que tener en cuenta que PORCELANUDA dispone de un presupuesto de 20 000 € diarios para la producción y que, por razones de demanda, hay que producir al menos 1 000 kg más de DURAMÍN que de los otros tres productos juntos. Por último, el DURAMÍN y el VITROCRASH requieren el esmalte ESMALGLOOMY del que la empresa sólo puede disponer en una cantidad máxima de 400 kg diarios.

$$
\begin{array}{rll}
\text{Min.} & 0.5D + 0.3P + 0.1U + 0.6V & \text{m}^3 \text{ de residuos} \\
\text{s.a} & 5D + 7P + 10U + V \leq 20\,000 & \text{coste} \\
 & D + P + U + V \geq 5\,000 & \text{producción} \\
 & D - P - U - V \geq 1\,000 & \text{demanda} \\
 & 0.1D + 0.05V \leq 400 & \text{esmalgloomy} \\
 & D, P, U, V \geq 0 &
\end{array}
$$

Variable	Value	Reduced Cost
D	3000.000	0.000000
P	0.000000	0.033333
U	333.3333	0.000000
V	1666.667	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
RESIDUOS	2533.333	-1.000000
COSTE	0.000000	0.0555556
PRODUCCION	0.000000	-0.7166667
DEMANDA	0.000000	-0.0611111
ESMALGLOOMY	16.66667	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
D	0.5000000	INFINITY	0.1222222
P	0.3000000	INFINITY	0.0333333
U	0.1000000	0.0500000	INFINITY
V	0.6000000	0.1000000	0.5000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
COSTE	20000.00	15000.00	3000.000
PRODUCCION	5000.000	181.8182	2000.000
DEMANDA	1000.000	461.5385	6000.000
ESMALGLOOMY	400.0000	INFINITY	16.66667

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en las tres primeras, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción:

Coste:	____________________	$\leq$	____________________
Producción:	____________________	$\geq$	____________________
Demanda:	____________________	$\geq$	____________________
Esmalgloomy:	____________________	$\leq$	____________________

2. **(0.1 ptos.)** Escribe con palabras la solución óptima (sin ninguna información adicional).

3. **(0.1 ptos.)** ¿Puede Porcelanuda llevar a cabo la producción requerida sin violar la normativa sobre emisión de residuos?

4. **(0.3 ptos.)** ¿Podría Porcelanuda aumentar su producción total en 100 kg sin violar la normativa sobre emisión de residuos?

5. **(0.3 ptos.)** ¿Podría Porcelanuda aumentar su producción de Porcellum en 100 kg sin violar la normativa sobre emisión de residuos?

6. **(0.3 ptos.)** Interpreta el intervalo de sensibilidad del presupuesto.

7. **(0.3 ptos.)** Porcelanuda estaría interesada en reducir el coste de la producción. ¿Podría conseguirlo limitándose a exigir que se produzcan 600 kg más de Duramín que del resto de los productos? ¿Con este cambio de criterio aumentarían los residuos generados?

8. **(0.3 ptos.)** La producción de Vitrocrash es la más contaminante, por lo que Porcelanuda se plantea mejorar el sistema productivo para reducir los residuos generados por cada kg producido. Si pudiera reducir a la mitad los residuos generados por cada kg de Vitrocrash, ¿sería entonces recomendable producir más cantidad de este producto?, para compensar, ¿convendría reducir la producción de algún otro? ¿Cuánto tendría que reducir los residuos generados por cada kg de Vitrocrash para que pudiera ser viable una producción de este artículo mayor que la actual?

9. **(0.2 ptos.)** Supón que la solución de LINGO hubiera sido:

```
        Row    Slack or Surplus      Dual Price
ESMALGLOOMY        300.0000            0.000000
```

Razona si la afirmación siguiente sería verdadera o falsa: *De los* 400 *kg diarios disponibles de* Esmalgloomy, *la producción requiere que se usen únicamente* 300.

MATEMÁTICAS II Grupo GF M2 b

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

Modeliza el problema siguiente usando @SUM y @FOR siempre que sea posible:

Un fondo de inversión dispone de un presupuesto de $55\,000$ u.m. para comprar un máximo de 100 pisos en seis urbanizaciones para alquilarlos a turistas. La tabla siguiente contiene los ingresos que le proporcionaría cada piso de cada urbanización en cada temporada:

	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6
verano	200	300	150	250	220	270
otoño	40	10	15	20	25	30
invierno	50	30	25	10	25	40
primavera	100	200	90	80	50	60

El fondo ha acordado con la constructora que le vende los pisos pagar por cada uno de ellos un precio en cada urbanización dado por $p = 900 - 10N$ u.m., donde N es el número de pisos que compra en la urbanización correspondiente, con el compromiso de comprar al menos 4 pisos en cada una de ellas.

Por razones de demanda, el número de pisos adquiridos en la quinta urbanización no tiene que ser inferior a la media de los adquiridos en las restantes.

Como la temporada de verano es la más rentable, el fondo quiere comprar los pisos para obtener los máximos ingresos en esta temporada, mientras que para las otras tres quiere garantizar al menos $2\,000$ u.m. de ingresos en otoño, $2\,700$ en invierno y $5\,000$ en primavera.

Por otra parte, el fondo puede realizar reformas en los pisos de cada urbanización, con un coste adicional de 100 u.m. por piso, y con ello puede aumentar en 125 u.m. los ingresos en cada temporada de cada piso reformado. Para reformar los pisos de una urbanización, es necesario que haya al menos 6 pisos adquiridos en ella.

Determina cuántos pisos conviene adquirir en cada urbanización y en qué urbanizaciones conviene reformar los pisos adquiridos para maximizar los ingresos de la temporada de verano, garantizando los ingresos requeridos en las otras temporadas.

Escribe la solución óptima en términos que pueda entender alguien no familiarizado con la programación matemática.

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________

El BANCO DE GAJANELOS pretende invertir 1 u.m. en una cartera de inversión bursátil compuesta por acciones de las empresas FARDO S.A., SIETE, S.A., PELO S.A., BROWN S.A., WATUSSI S.A. y LJ S.A., así como en un activo D de deuda pública libre de riesgo, con el objetivo de minimizar el riesgo esperado y garantizando una rentabilidad esperada de 0.2 u.m. El problema siguiente determina el capital que conviene invertir en cada empresa (y en deuda pública) de modo que se cumplan los objetivos indicados junto con varias condiciones de diverisificación (la última restricción exige invertir cierto capital en las empresas que han obtenido mayor rentabilidad en los últimos años):

Min.	$0.03F + 0.05S + 0.01P + 0.07B + 0.06W + 0.06L$	riesgo
s.a	$F + S + P + B + W + L + D \leq 1$	capital
	$0.15F + 0.08S + 0.02P + 0.2B + 0.25W + 0.29L + 0.02D \geq 0.2$	rentabilidad
	$F + S + P \geq 0.3$	inversión en el sector del automóvil
	$B + W + L \geq 0.3$	inversión en el sector electrodomésticos
	$F + P + B + L \leq 0.4$	inversión en empresas extranjeras
	$P + B + L \geq 0.2$	empresas con rentabilidad histórica
	$F, S, P, B, W, L, D \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
F	0.2000000	0.000000
S	0.000000	0.013913
P	0.1000000	0.000000
B	0.000000	0.033478
W	0.5521739	0.000000
L	0.1000000	0.000000
D	0.0478260	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
RIESGO	0.046130	-1.000000
CAPITAL	0.000000	0.0052173
RENTABILIDAD	0.000000	-0.2608696
AUTOMOVILES	0.000000	-0.0204347
ELECTRODOMESTICOS	0.352173	0.0000000
EXTRANJERAS	0.000000	0.0243478
HISTORICO	0.000000	-0.0139130

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
F	0.03000000	0.01391304	INFINITY
S	0.05000000	INFINITY	0.01391304
P	0.01000000	0.01391304	0.01391304
B	0.07000000	INFINITY	0.03347826
W	0.06000000	0.00969697	0.01400000
L	0.06000000	0.02043478	0.01391304
D	0.00000000	0.00480000	0.03200000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
CAPITAL	1.000000	4.0500000	0.0440000
RENTABILIDAD	0.2000000	0.0110000	0.0810000
AUTOMOVILES	0.3000000	0.0407407	0.1000000
ELECTRODOMESTICOS	0.3000000	0.3521739	INFINITY
EXTRANJERAS	0.4000000	0.1000000	0.0647058
HISTORICO	0.2000000	0.0846153	0.1000000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en las dos primeras, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción:

capital:	____________________	$\leq$	____________________
rentabilidad:	____________________	$\geq$	____________________
automóviles:	____________________	$\geq$	____________________
electrodomésticos:	____________________	$\geq$	____________________
extranjeras:	____________________	$\leq$	____________________
histórico:	____________________	$\geq$	____________________

2. **(0.1 ptos.)** Escribe con palabras la solución óptima (sin ninguna información adicional).

3. **(0.2 ptos.)** Interpreta la variable de holgura de la restricción sobre el sector de electrodomésticos.

4. **(0.3 ptos.)** El banco ya posee 0.1 u.m. en acciones de BROWN y se plantea la posibilidad de incluirlas en la cartera, siempre y cuando ello no aumente el riesgo esperado en más de 0.001. ¿Es esto posible?

5. **(0.3 ptos.)** El gestor de la cartera ha recibido un informe según el cual el riesgo de las acciones de electrodomésticos WATUSSI debe estimarse más bien en 0.07 unidades, pero ha decidido constituir la cartera siguiendo la solución proporcionada por LINGO al considerar que dicho cambio es irrelevante. ¿Es esto correcto?

6. **(0.3 ptos.)** Interpreta la línea

```
                     Current        Allowable        Allowable
             Row         RHS         Increase         Decrease
    RENTABILIDAD   0.2000000       0.01100000        0.0810000
```

7. **(0.3 ptos.)** ¿Qué sería preferible para reducir el riesgo de la cartera, reducir 0.1 unidades la exigencia de inversión en el sector del automóvil o reducir 0.1 unidades la inversión permitida en empresas extranjeras?

8. **(0.4 ptos.)** Determina qué rentabilidad y qué riesgo podrían conseguirse si se permitiera invertir hasta 0.5 u.m. en empresas extranjeras.

MATEMÁTICAS II Grupo GF M2c

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

Modeliza el problema siguiente usando @SUM y @FOR siempre que sea posible:

Un fabricante de perfumes planea sacar al mercado cuatro nuevos productos. La tabla siguiente recoge los gastos y los beneficios que obtendrá por cada hectolitro producido de cada perfume:

	Producción	Distribución	Publicidad	Beneficio
Perfume 1	200	250	150	400
Perfume 2	100	120	90	300
Perfume 3	80	60	100	250
Perfume 4	230	220	120	500

La empresa no quiere invertir más de $8\,000$ u.m. en la producción de los perfumes, ni más de $6\,000$ u.m. en la distribución ni más de $5\,000$ u.m. en la publicidad. Además el gasto total en cada perfume (contando la producción, la distribución y la publicidad) no debe superar las $5\,000$ u.m.

Un estudio del mercado recomienda producir al menos 5 hl de cada perfume, y además, la empresa desea promocionar especialmente el primero de ellos, que es el más novedoso, por lo que quiere que su producción suponga al menos el 15% de la producción total.

En una reunión, los directivos han planteado un posible aumento de 500 u.m. en las partidas presupuestarias destinadas a la producción, la distribución y la publicidad de los perfumes (de modo que la inversión extra habría que descontarla en el cálculo de los beneficios).

Determina qué cantidad conviene producir de cada perfume y cuáles de los tres presupuestos conviene ampliar según la propuesta de los directivos para maximizar el beneficio.

Escribe la solución óptima en términos que pueda entender alguien no familiarizado con la programación matemática.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE________________

El BANCO DE GAJANELOS pretende invertir 1 u.m. en una cartera de inversión bursátil compuesta por acciones de las empresas FARDO S.A., SIETE, S.A., PELO S.A., BROWN S.A., WATUSSI S.A. y LJ S.A., así como en un activo D de deuda pública libre de riesgo, con el objetivo de minimizar el riesgo esperado y garantizando una rentabilidad esperada de 0.2 u.m. El problema siguiente determina el capital que conviene invertir en cada empresa (y en deuda pública) de modo que se cumplan los objetivos indicados junto con varias condiciones de diverisificación (la última restricción exige invertir cierto capital en las empresas que han obtenido mayor rentabilidad en los últimos años):

$$
\begin{array}{lll}
\text{Min.} & 0.05F + 0.05S + 0.01P + 0.07B + 0.06W + 0.06L & \text{riesgo} \\
\text{s.a} & F + S + P + B + W + L + D \leq 1 & \text{capital} \\
& 0.15F + 0.08S + 0.02P + 0.2B + 0.25W + 0.29L + 0.02D \geq 0.2 & \text{rentabilidad} \\
& F + S + P \geq 0.3 & \text{inversión en el sector del automóvil} \\
& B + W + L \geq 0.3 & \text{inversión en el sector electrodomésticos} \\
& F + P + B + L \leq 0.4 & \text{inversión en empresas extranjeras} \\
& P + B + L \geq 0.2 & \text{empresas con rentabilidad histórica} \\
& F,\ S,\ P,\ B,\ W,\ L,\ D \geq 0 &
\end{array}
$$

Variable	Value	Reduced Cost
F	0.1153846	0.000000
S	0.000000	0.009230
P	0.1846154	0.000000
B	0.000000	0.037692
W	0.6000000	0.000000
L	0.1000000	0.000000
D	0.000000	0.010769

Row	Slack or Surplus	Dual Price
RIESGO	0.04961538	-1.000000
CAPITAL	0.000000	0.0169230
RENTABILIDAD	0.000000	-0.3076923
AUTOMOVILES	0.000000	-0.0330769
ELECTRODOMESTICOS	0.400000	0.000000
EXTRANJERAS	0.000000	0.012307
HISTORICO	0.0846153	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
F	0.05000000	0.00120000	0.00608695
S	0.05000000	INFINITY	0.00923076
P	0.01000000	0.00608695	INFINITY
B	0.07000000	INFINITY	0.03769231
W	0.06000000	0.00923076	0.01230769
L	0.06000000	0.01230769	0.00923076
D	0.00000000	INFINITY	0.01076923

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
CAPITAL	1.000000	0.06000000	0.04400000
RENTABILIDAD	0.2000000	0.01100000	0.01500000
AUTOMOVILES	0.3000000	0.04074074	0.05555556
ELECTRODOMESTICOS	0.3000000	0.4000000	INFINITY
EXTRANJERAS	0.4000000	0.3750000	0.06470588
HISTORICO	0.2000000	0.08461538	INFINITY

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en las dos primeras, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción:

capital:	__________	$\leq$	__________
rentabilidad:	__________	$\geq$	__________
automóviles:	__________	$\geq$	__________
electrodomésticos:	__________	$\geq$	__________
extranjeras:	__________	$\leq$	__________
histórico:	__________	$\geq$	__________

2. **(0.1 ptos.)** Escribe con palabras la solución óptima (sin ninguna información adicional).

3. **(0.2 ptos.)** Razona si la afirmación siguiente es verdadera o falsa: Si la solución hubiera sido:

```
      Row    Slack or Surplus      Dual Price
HISTORICO         0.20000000         0.000000
```

esto significaría que conviene invertir únicamente 0.2 u.m. en los activos con buena rentabilidad histórica (el mínimo requerido).

4. **(0.3 ptos.)** Razona si la afirmación siguiente es verdadera o falsa: Aunque LINGO recomienda no invertir en deuda pública, como ésta tiene riesgo nulo, el gestor podría exigir que la cartera contuviera algo de deuda pública sin aumentar con ello el riesgo de la inversión.

5. **(0.3 ptos.)** El gestor de la cartera ha recibido un informe según el cual el riesgo esperado de alguno de los activos podría ser 0.002 unidades mayor del que está considerando. ¿Podría eso afectar a la composición más adecuada de la cartera?

6. **(0.4 ptos.)** ¿Qué efecto tendría sobre el riesgo aumentar la inversión exigida en empresas automovilísticas en 0.01 u.m.? ¿Y si exigimos concretamente invertirlas en Siete S.A? ¿Cuál de las dos alternativas sería preferible?

7. **(0.3 ptos.)** Interpreta la línea

```
                  Current       Allowable        Allowable
        Row           RHS        Increase         Decrease
EXTRANJERAS     0.4000000       0.3750000       0.06470588
```

8. **(0.3 ptos.)** Si exigimos invertir al menos 0.5 u.m. en empresas extranjeras, ¿cónvendría invertir parte en Brown S.A.? ¿Aumentaría con ello la rentabilidad de la cartera?